



## Migração Kirchhoff -Feixes Gaussianos pré-empilhamento 2,5D em profundidade no domínio ângulo comum

Manuel de Jesus dos Santos Costa, Universidade Federal do Pará – UFPA (Brasil)

German Garabito Callapino, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN (Brasil)

João Carlos Ribeiro Cruz, Universidade Federal do Pará – UFPA (Brasil)

Copyright 2013, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 13<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 26-29, 2013.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 13<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

This work considers 2.5D true amplitude Kirchhoff-type prestack depth migration in the common angle domain, using the concept of Gaussian Beams (GB's). The approach considers the superposition of paraxial amplitudes in the vicinity of every trace location in a common shot section, mapped through the determination of the Fresnel zone elements of the seismic experiment. These amplitudes are the stacked and smeared by the use of a GB operator, which is a high-frequency representation of the seismic wave field, prior to being migrated in the common angle domain to its true position in the depth domain.

### Introdução

Em todos os ambientes geológicos, dos mais simples aos mais complexos, a realização de um imageamento consiste em uma tarefa que apresenta três problemas fundamentais, quais sejam: a imagem se apresenta com baixa resolução, tem seu formato errôneo e se encontra posicionada no local errado. Assim, uma imagem interpretável significa obter-se uma energia sísmica focalizada e bem definida, com o formato correto e em sua posição verdadeira, isto é, quanto mais definida for a imagem e quanto mais verdadeira sua posição e formato, mais precisamente a estrutura poderá ser avaliada e explorada. Neste sentido, o método que define, modela e localiza a imagem denomina-se "migração", a qual representa uma das etapas mais importantes de todo processamento sísmico, em virtude da mesma transformar (migrar) os dados sísmicos em uma imagem da região de interesse em subsuperfície a ser interpretada. Existem diferentes tipos de migração e todas são consideradas como métodos no processo de imageamento, cada um com suas vantagens e desvantagens. Assim, a migração tem como objetivo principal, fornecer a imagem dos refletores de interesse em subsuperfície. Em virtude desta importância, ao longo dos anos foram desenvolvidos métodos de migração com o propósito de melhorar cada vez mais a resolução das imagens em subsuperfície. Dentre os métodos citados acima se destaca o método de migração tipo Kirchhoff (Schneider, 1978; Bleistein, 1987; Schleicher et al., 1993;

Tygel et al., 1996), o qual é extensamente utilizado na indústria de petróleo para obter imagens da subsuperfície a partir do dado sísmico. A migração tipo Kirchhoff é bastante versátil, visto permitir migrar dados completos ou apenas parte dele, no entanto, a referida migração faz um amplo uso da teoria do raio de ordem zero, como forma de encontrar a função de Green do problema de imageamento, sendo esta teoria aplicada de forma efetiva em meios suaves. Desta forma, alguns fenômenos de propagação da onda, como por exemplo, as difrações observadas em ambientes, onde a geologia do meio é complexa ou em meios que apresentam fortes variações laterais de velocidade, não podem ser simuladas de forma adequada. Somado a estes fatos, existem outras restrições vinculadas à teoria do raio de ordem zero, as quais se referem às singularidades ocasionais advindas da ocorrência de cáusticas (cruzamento de raios) ao longo do caminho de um determinado raio especular, das zonas de sombra, etc. Assim, havendo a necessidade crescente de melhorar a qualidade das imagens, estudiosos vem desenvolvendo pesquisas de imageamento sísmico (Albertin et al., 2004; Bleistein, 2008; Hill, 1990, 2001; Ferreira; Cruz, 2004a, 2005, 2009; Gray; Bleistein, 2009; Popov et al., 2010, Protasov; Tcheverda, 2011), pesquisas estas que se utilizam das vantagens do método de feixes gaussianos (do inglês Gaussian Beams ou GB's) na solução da equação da onda sísmica, tais vantagens sendo apresentadas em Cervený (1982, 1983, 1985, 2000), Popov (1982, 2002), Müller (1984), Novack (2003), Žáček (2006), Kravtsov et al., (2007)). Todas estas pesquisas estabelecem que a técnica de migração que utiliza os fundamentos teóricos dos GB's, torna-se uma técnica poderosa de imageamento sísmico, com precisão comparável às migrações que utilizam a solução da equação da onda, bem como, quando comparadas à flexibilidade e confiabilidade das migrações do tipo Kirchhoff. Diante do exposto, o presente trabalho abordará uma integral de migração denominada migração Kirchhoff 2,5D em verdadeira amplitude (Tygel et al., 1996), aplicada a uma classe de migração pré-empilhamento em profundidade. Contudo, tal integral será modificada em seu núcleo, através de uma aproximação do campo de ondas, definida por um operador integral de superposição de feixes gaussianos, como função de Green do problema de imageamento no domínio ângulo de reflexão comum (CA, do inglês common angle) similarmente a Ferreira e Cruz (2009).

### Metodologia

A forma geral do operador de migração do tipo Kirchhoff em 2,5D é dada por (Martins et al., 1997):

$$I(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\xi w_{2,5}(\xi, R) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U_{2,5D}(\xi, t + \tau_D(\xi, R)) \quad (1)$$

onde,  $I(R)$  denota a amplitude migrada para um dado ponto  $R$  da seção de saída ou migrada,  $U_{2,5D}(\xi, t)$  representa os traços sísmicos da seção de entrada descritos pelo parâmetro de configuração  $\xi$ , cuja variação ocorre dentro de uma abertura de migração  $a_1 \leq \xi \leq a_2$ , em relação ao ente matemático  $\partial_{t-}^{\frac{1}{2}}$ , o mesmo indica uma meia derivada temporal aplicada aos dados sísmicos, objetivando recuperar o pulso fonte após a migração (*transformada de Hilbert*). Neste sentido, para cada ponto  $R$  da seção de saída, o Operador 1 é avaliado nos valores das amplitudes da seção sísmica de entrada ao longo da curva de difração  $\tau_D(\xi, R)$ , a qual está compreendida na abertura  $a_1 \leq \xi \leq a_2$  e ponderada pela função peso  $w_{2,5D}(\xi, R)$ . Essa ponderação procura remover da amplitude migrada, o efeito do espalhamento geométrico, caracterizando assim, uma migração do tipo Kirchhoff em verdadeira amplitude (Schleicher et al., 1993).

### Migração Kirchhoff em 2,5D no domínio CA

Analiticamente, o operador de migração Kirchhoff em CA pode ser representado pela mesma integral geral de migração (Operador 1), sem perda de generalidade utilizando uma parametrização específica, ou seja, o parâmetro de configuração neste contexto é o ângulo  $\alpha$ , como segue:

$$\begin{cases} \xi = \alpha; \gamma = \text{constante} \\ S(\xi) = x_m(\alpha) - h(\alpha) \\ G(\xi) = x_m(\alpha) + h(\alpha) \end{cases} \quad (2)$$

Assim, inserindo (2) em (1), obtém-se o operador de migração Kirchhoff 2,5D no domínio CA (Santiago, 2004):

$$I_\gamma(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\alpha w_{2,5D}(\alpha, R) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U_{2,5D}(\alpha, t + \tau_D(\alpha, R)), \quad (3)$$

sendo  $R$  um ponto em subsuperfície,  $\gamma$  o ângulo de reflexão, o qual é mantido constante, indicando que se está manipulando, por exemplo, uma seção com o mesmo ângulo de reflexão,  $\alpha$  o ângulo de mergulho da migração que neste caso é a variável de integração,  $\tau_D^{(\gamma)}(\alpha, R)$  o tempo de difração vinculado ao ponto  $R$ ,  $\partial_{t-}^{\frac{1}{2}}$  indica uma meia derivada temporal aplicada ao dado

sísmico de entrada,  $w_{2,5}^{(\gamma)}(\alpha, R)$  o peso a ser aplicado para a correção dos efeitos do espalhamento geométrico e  $I_\gamma(R, t)$  a amplitude resultante do empilhamento atribuído ao ponto  $R$ .

### Operador de superposição de feixes gaussianos para a situação 2,5D

Segundo Ferreira e Cruz (2009), o operador de superposição de feixes gaussianos de dados 3D no domínio da frequência é dado por:

$$\begin{aligned} \psi(\vec{\xi}, \omega) &= \frac{i\omega}{2\pi} \iint_{A_p} d\xi_1^p d\xi_2^p \sqrt{\det \mathbf{H}_p(\vec{\xi}^p)} \\ &\times D(\vec{\xi}^p, \mathbf{L}) U(\vec{\xi}^p, \omega) e^{-i\omega T_p(\vec{\xi}^p, \vec{\xi})} \end{aligned} \quad (4)$$

onde,

$$T_p(\vec{\xi}^p, \vec{\xi}) = \vec{p} \cdot (\vec{\xi}^p - \vec{\xi}) + \frac{1}{2} (\vec{\xi}^p - \vec{\xi})^T \mathbf{H}_p(\vec{\xi}) (\vec{\xi}^p - \vec{\xi}), \quad (5)$$

representa o tempo de trânsito paraxial calculado em referência ao tempo de trânsito de reflexão  $\tau_R(\vec{\xi})$ , de um raio central que parte de  $S(\vec{\xi})$  e emerge em  $G(\vec{\xi})$ .  $A_p$  é a zona de Fresnel projetada (Schleicher et al., 1997; Schleicher et al., 1993), caracterizando a abertura que contém o traço de referência  $\vec{\xi}$ ,  $\vec{p}$  o vetor vagarosidade horizontal do raio central,  $T$  indica uma operação matemática de transposição,  $\mathbf{H}_p(\vec{\xi}^p)$  a matriz da zona

de Fresnel projetada,  $D(\vec{\xi}^p, \mathbf{L})$  determina o fator de decaimento da amplitude do dado sísmico no interior de um feixe centrado na coordenada  $\vec{\xi}$ , definindo a chamada janela gaussiana,  $\mathbf{L}$  a matriz da meia-largura efetiva do feixe (Muller, 1984). Finalmente,  $U(\vec{\xi}^p, \omega)$

representando uma janela do dado sísmico original  $U(\vec{\xi}, \omega)$  contido dentro da abertura da zona de Fresnel projetada. Deste modo, aplicando os conceitos teóricos da situação 2,5D (Bleistein, 1986), em conjunto com a estratégia utilizada para definir o Operador 1 (Martins et al., 1997) no Operador 4, apresenta-se um novo operador de superposição de feixes gaussianos para a situação 2,5D no domínio do tempo (Costa et al., 2012):

$$\psi(\xi, t) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1^p}^{a_2^p} d\xi^p \sqrt{H_{11}(\xi^p)} D(\xi^p, L) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U_{2,5D}(\xi^p, t - T_p(\xi, \xi^p)), \quad (6)$$

sendo,  $H_{11}(\xi^p)$  o elemento superior direito complexo da matriz da zona de Fresnel projetada com  $\xi^p$  denotando a

posição do traço sísmico em relação ao centro de um determinado feixe.

### Operador de superposição de feixes gaussianos para a situação 2,5D no domínio fonte comum (CS, do inglês common shot)

Matematicamente, a superposição de feixes na configuração de medida fonte comum é definida pelo mesmo Operador 6, onde, neste contexto o parâmetro de configuração que individualiza cada traço de uma seção fonte comum  $U_{2,5D}(\xi, t)$  é o valor  $x_G$  da coordenada do receptor, desta maneira tem-se (Costa, 2012):

$$\psi(x_G, t) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_f^p}^{a_s^p} dx^p \sqrt{H_{11}(x_G^p)} D(x_G^p, L) \partial_{t'}^{\frac{1}{2}} U_{2,5D}(x_G^p, t - T_p(x_G, x_G^p)), \quad (7)$$

### Operador de migração Kirchhoff modificado 2,5D no domínio CA

Nesta nova abordagem será utilizada uma técnica similar a Ferreira e Cruz (2009), no que se refere à inserção de uma integral de superposição de feixes gaussianos no núcleo do Operador 3. Destacando que neste processo a referida integral encontra-se particularizada para a configuração de medida fonte comum (CS) (ver, Operador 7. A escolha do domínio CS, neste contexto deu-se devido a uma análise feita com as curvas de difração em relação sua disposição sob a chamada pirâmide de difração, isto é, verificou-se que uma determinada curva de difração CA corta as curvas de empilhamento referente ao domínio CS (Figura 1), ou seja, todas as contribuições advindas do "beam stack", levando em consideração os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos são atreladas a uma referida curva CA. Assim, abaixo apresenta-se o operador KGB-CA (Costa, 2012):

$$I(R, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{a_f^{2,5D}}^{a_s^{2,5D}} d\alpha \sqrt{H_{11}(\alpha, R)} \int_{a_f^p}^{a_s^p} dx_G^p \sqrt{H_{11}(x_G^p, 0, x_G)} D(x_G^p, 0, L) \partial_{t'}^{\frac{1}{2}} \left[ \partial_{t'}^{\frac{1}{2}} U(\alpha, t + \tau_D(\alpha, x_G^p, R)) \right] \quad (8)$$

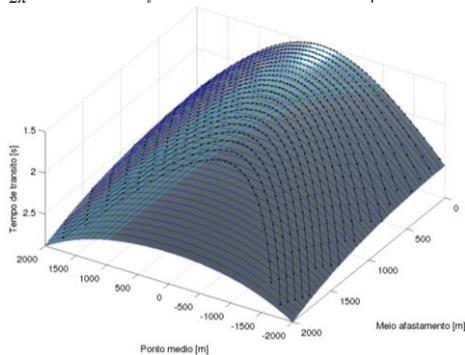


Figura 1- Curvas de difração nos domínios afastamento comum, CO (cor azul), fonte comum, CS (cor ciano) e ângulo comum, CA (cor preta) sobre a pirâmide de difração, para um ponto difrator R em  $(x=0,0$  e  $z=1000m)$  em um meio com velocidade constante de  $v=3000m/s$ .

### Principais passos do algoritmo KGB-CA

Neste tópico serão listadas as etapas que implementam a migração KGB-CA:

I- Entrada:

- Volume do dado sísmico com cobertura múltipla organizado em famílias fonte comum (CS);

II- Determinação dos ângulos de mergulho para cada ângulo comum:

- Calculam-se os ângulos de mergulho  $\alpha$  para cada ângulo de reflexão comum  $\alpha_R$ , segundo a condição

$$|\alpha| + |\alpha_R| < \frac{\pi}{2};$$

III- Para cada ponto imagem da seção de saída (tempo e/ou profundidade), calcular:

- O ponto médio, meio afastamento e a curva de difração CA, bem como a função peso associada à curva de difração CA;

IV- Uma busca no volume de dados:

- Obter no volume de dados (em cada tiro comum (CS)) os traços sísmicos que correspondem à curva de difração CA;

V- Tempos da curva de difração:

- Para cada tempo das curvas de difração CA, calcular a curva paraxial no domínio CS, os parâmetros que definem a abertura e o peso da integral de feixes gaussianos no domínio CS, em seguida fazer o empilhamento dos traços paraxiais;

VI- Somando amplitudes:

- Somam-se as amplitudes advindas da soma paraxial ao longo da curva de difração CA, repetindo o procedimento para todos os pontos de amostragem das seções de saída (tempo e/ou profundidade);

VII- Saída:

- Seções migradas para cada ângulo; seção migrada empilhada final.

### Resultados numéricos

Como resultados numéricos, será apresentada uma comparação qualitativa em relação às imagens obtidas, usando o operador de migração pré-empilhamento Kirchhoff em verdadeira amplitude 2,5D em profundidade (K-CA) (ver, Operador 3) e o operador de migração pré-empilhamento Kirchhoff-feixes gaussianos em verdadeira amplitude 2,5D na profundidade (KGB-CA) (ver, Operador 8) em um meio homogêneo.

### Meio homogêneo

O dado sísmico sintético foi gerado pelo programa de traçado de raios SEIS 88 (Červený & PSENČICK, 1988) com a utilização do espalhamento geométrico de uma fonte pontual 3D no modelamento, considerando um meio-afastamento  $h=50m$  constante, o número de amostra do traço  $nt=751$ , o intervalo de amostragem  $dt=0.002ms$  e a forma do sinal da fonte representada pela função Gabor com frequência dominante de 30hz. No modelo sintético em questão é considerado a existência de um refletor curvo, sob a forma de um

anticlinal, localizado a uma profundidade de  $z=1000m$ , cujo topo de sua calha atinge a profundidade de  $z=620m$ , dividindo o modelo em uma camada superior com velocidade da onda P (onda primária) igual a  $2000m/s$  sobre um substrato homogêneo, o qual apresenta velocidade constante igual a  $2900m/s$  (Figura 3). Para efeito de ilustração será mostrado nas Figuras 4 e 5 as seções sísmicas de entrada com afastamento constante de  $100m$  sem e com ruído aleatório aditivo, sendo neste último a razão sinal ruído igual a 20.

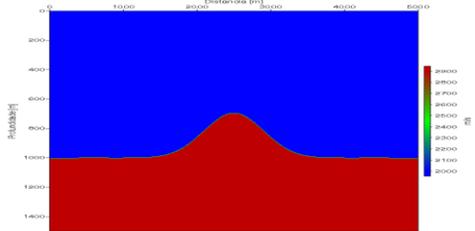


Figura 3- Modelo de velocidades constante, representando um refletor curvo sob a forma de um anticlinal.

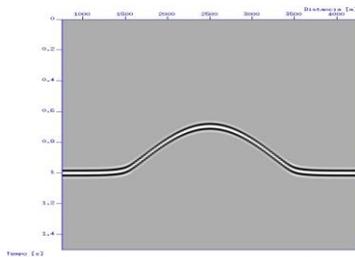


Figura 4: Seção sísmica sintética com afastamento constante  $100m$  (dado de entrada) para o teste de migração sem ruído aleatório aditivo.

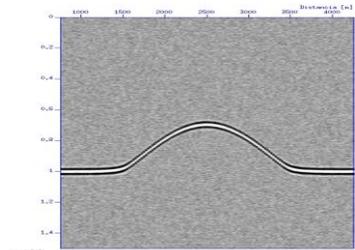


Figura 5- Seção sísmica sintética com afastamento constante  $100m$  (dado de entrada) para o teste de migração com ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 20.

### Migração K-CA e KGB-CA sem ruído

Nos processos K-CA e KGB-CA serão considerados os ângulos de reflexão variando de  $0^\circ$  a  $40^\circ$  graus, porém, as Figuras (6,7),(8,9) e (10,11) referem-se aos ângulos de reflexão  $0^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $40^\circ$  graus nesta ordem. Em seguida, apresenta-se as seções migradas somadas referentes a todos os ângulos, ou seja de  $0^\circ$  a  $40^\circ$  graus, utilizando os operadores K-CA (Figura 12) e KGB-CA (Figura 13) , respectivamente.

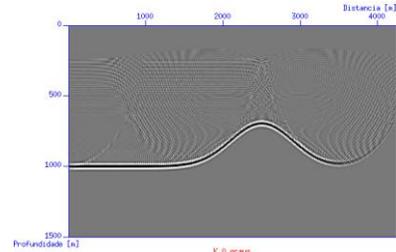


Figura 6- Migração K-CA em profundidade considerando um ângulo de reflexão comum  $\alpha_R = 0^\circ$ , sem ruído aleatório aditivo.

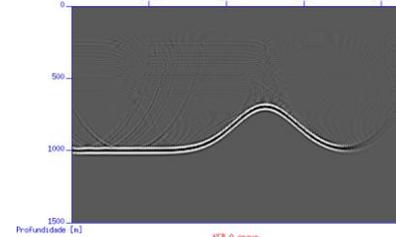


Figura 7- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum  $\alpha_R = 0^\circ$ , sem ruído aleatório aditivo.

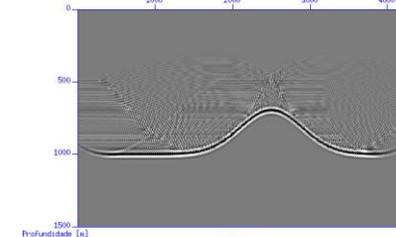


Figura 8- Migração K-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum  $\alpha_R = 20^\circ$ , sem ruído aleatório aditivo.

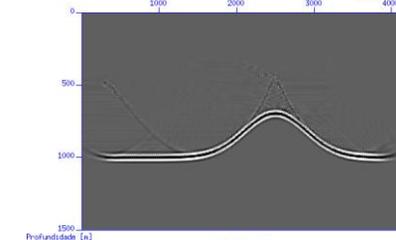


Figura 9- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum  $\alpha_R = 20^\circ$ , sem ruído aleatório aditivo.

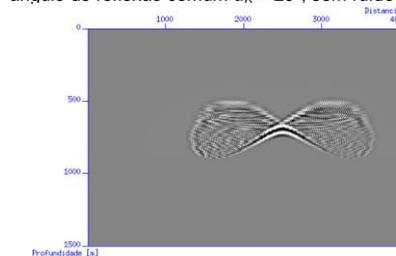


Figura 10- Migração K-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum  $\alpha_R = 40^\circ$ , sem ruído aleatório aditivo.

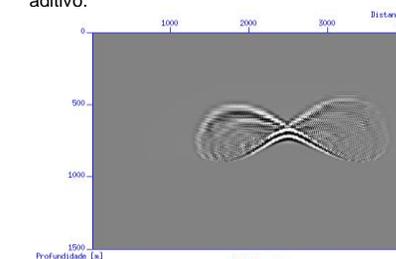


Figura 11- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum  $\alpha_R = 40^\circ$ , sem ruído aleatório aditivo.

**Migração pré-empilhamento K-CA e KGB-CA com ruído**

Para verificar a influência do ruído no resultado das migrações K-CA (Figura 12) e KGB-CA (Figura 13) em profundidade, foi adicionado ruído aleatório aditivo no dado de entrada de cobertura múltipla, cuja a razão / sinal ruído é igual a 7. Em seguida, migrou-se e somou-se 40 seções de ângulo comum, os quais variam de 0° a 40° graus. Os resultados mostraram uma evidente diferença entre as duas imagens, principalmente no que se refere à questão do aumento da resolução, ou seja, a imagem migrada através do método KGB-CA apresentou um melhor resultado comparado ao método K-CA

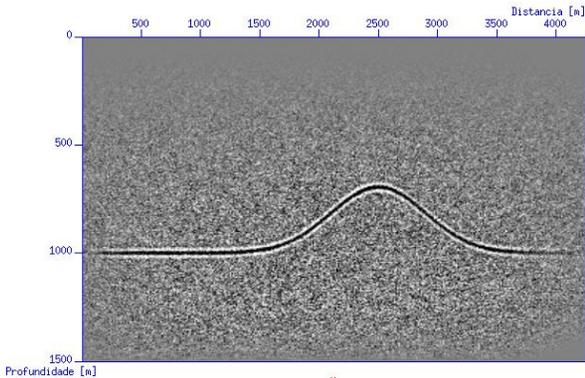


Figura 12- Migração K-CA em profundidade, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é,  $\alpha_R$  variando de 0° a 40°, neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.

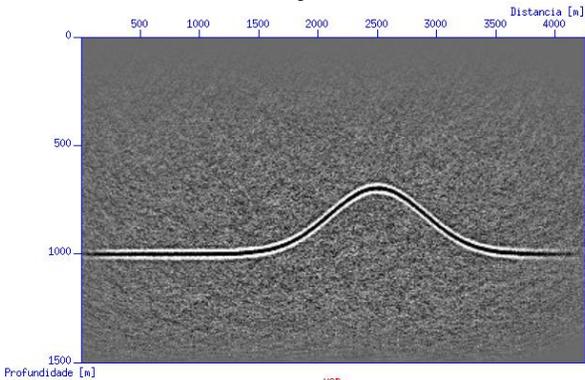


Figura 13- Migração KGB-CA em profundidade, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é,  $\alpha_R$  variando de 0° a 40°, neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.

**Amplitudes verdadeiras (Meio homogêneo)**

Objetivando verificar o comportamento das amplitudes, que neste processo é uma estimativa dos valores exatos dos coeficientes de reflexão, coletam-se as mesmas de um ponto imagem comum (CIG, do inglês Common Image Gather) referente a uma coordenada fixa  $x=2500m$ , do processo K-CA (Figura 14) e KGB-CA (Figura 15). Na Figura 16, mostra-se uma comparação entre os coeficientes de reflexão oriundos da modelagem (cor verde) e suas respectivas estimativas (cor azul) retiradas do K-CA. Similarmente, apresenta-se na Figura 17 uma comparação entre os coeficientes exatos (cor verde) e suas estimativas (cor vermelha), estas, advindas do processo KGB-CA. Sobre estes resultados têm-se a

princípio duas colocações, onde, inicialmente, analisando a imagem dos CIG's, nota-se uma forte diminuição dos ruídos na imagem produzida pelo processo KGB-CA quando comparada à imagem do CIG referente ao método K-CA, em seguida, analisando os gráficos das amplitudes, verifica-se que ambos os processos K-CA e KGB-CA apresentam flutuações em relação aos valores exatos dos coeficientes de reflexão, no entanto, as amplitudes extraídas do processo KGB-CA são menos discrepantes em relação aos valores exatos, produzindo assim uma melhor recuperação dos valores exatos referente aos coeficientes de reflexão.

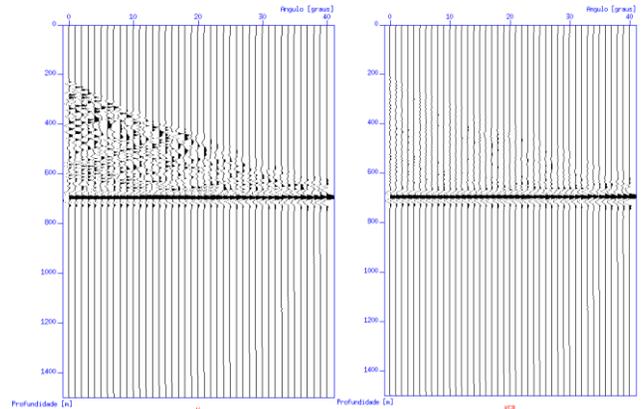


Figura 14- CIG referente ao processo K-CA em profundidade para a coordenada fixa  $x=2500m$ . Figura 15- CIG referente ao processo KGB-CA em profundidade para a coordenada fixa  $x=2500m$ .

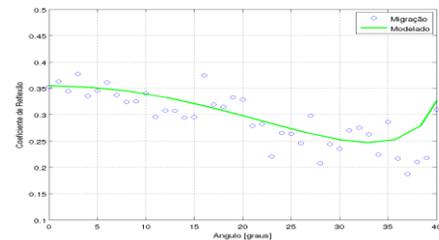


Figura 16- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir do CIG referente ao processo K-CA em profundidade. Cor verde: valor exato.

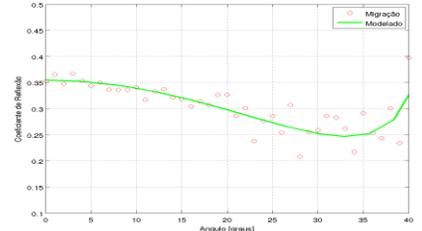


Figura 17- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor vermelha: obtido a partir do CIG referente ao processo KGB-CA em profundidade. Cor verde: valor exato.

**Conclusões**

Neste resumo expandido, foi mostrada uma nova alternativa de imageamento, utilizando os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos no domínio ângulo de reflexão comum. Nesta abordagem, os primeiros resultados mostraram-se consistentes, no que diz respeito ao aumento da razão sinal ruído, apresentando ainda uma satisfatória recuperação dos coeficientes de

reflexão no teste numérico apresentado. Como trabalhos futuros indica-se o desenvolvimento teórico relacionado a migração Kirchhoff no domínio ângulo comum em um meio com gradiente constante, em seguida atrelando à mesma os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos.

### Agradecimentos

Agradecemos a Rede de Geofísica da Petrobras pelo apoio financeiro na qualidade de bolsa de pesquisa ao primeiro autor deste trabalho.

### Referências

- ABERTIN, U.; YINGST, D.; KITSCHENSIDE, P., 2004. True-amplitude beam migration. *SEG Expanded Abstracts of the 74th. Annual Meeting*, Denver, USA.
- BLEISTEIN, N., 1986. Two-and-one-half-dimensional in-plane wave propagation. *Geophysical Prospecting*, 34: 686-703.
- BLEISTEIN, N., 1987. On the imaging of reflectors in the Earth, *Geophysics*, 52:931-942.
- BLEISTEIN, N., 2008. *Mathematics of modeling, migration and inversion with Gaussian beams*. Monograph, CWP, Colorado, USA.
- CERVENÝ, V., 1982. Expansion of a plane wave into Gaussian beams. *Studia Geoph. et Geod.* 26, 120-131.
- CERVENÝ, V., 1983. Synthetic body wave seismograms for laterally varying structures by the Gaussian beam method. *Geophys. J. R. astr. Soc.* 73, 382-926.
- CERVENÝ, V., 1985. Gaussian beam synthetic seismograms. *J. Geophys.* 58, 44-72.
- ČERVENÝ, V., & PSEŇČÍK, I., 1988. SEIS88, Ray tracing program package.
- CERVENÝ, V., 2000. Summation of paraxial Gaussian beams and of paraxial ray approximations in inhomogeneous anisotropic layered structures. *Seismic waves in complex 3D structure, Report 10*, p. 121-159. Charles University, Prague.
- COSTA, M. J. S., 2012. Migração pré-empilhamento Kirchhoff feixes gaussianos 2,5D nos domínios afastamento comum e ângulo comum. Belém, PA, Universidade Federal do Pará, Programa de pós-graduação em Geofísica (Tese de doutorado).
- COSTA, M. J. S.; GARABITO, G.; CRUZ, J. C. R.; FERREIRA, C. A. S., 2012. Migração pré-empilhamento Kirchhoff-feixes gaussianos 2,5D em verdadeira amplitude. SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOFÍSICA, 5., Salvador-BA. CD-ROM.
- FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R., 2004a. Modified Kirchhoff prestack migration using the Gaussian Beam operator as Green function. IN: EAGE CONFERENCE & EXHIBITION, 66., Paris, France. CD-ROM.
- FERREIRA, C. A. S.; Cruz, J. C. R., 2005, Modified Kirchhoff prestack depth migration using the Gaussian beam operator as Green function Theoretical and numerical results: Abstracts, Ninth Int. Cong., SBGf.
- FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R., 2009. A comparison of two true-amplitude Gaussian beam migration/inversion operators. IN: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 11., Salvador-BA. CD-ROM.
- GRAY, S. H. AND BLEISTEIN, N., 2009. True-amplitude Gaussian-beam migration. *Geophysics*, 74(2):S11-S23.
- HILL, N. R., 1990. Gaussian beam migration. *Geophysics*, 55:1416-1428.
- HILL, N. R., 2001. Prestack Gaussian beam depth migration. *Geophysics*, 66:1240-1250.
- KRAVTSOV, Y. A. AND BERCYNKI P., 2007. Gaussian Beams in inhomogeneous media: a review. *Studia geophysica et geogaetica*, 51:1-36.
- MARTINS, J.M., SCHLEICHER, J., TYGEL, M. SANTOS, L.T., 1997, True-amplitude migration and demigration. *Journal of Seismic Exploration*, v.6, p.159-180.
- MÜLLER, G., 1984. Efficient calculation of Gaussian beam seismograms for two dimensional inhomogeneous media. *Geophysics. J. R. Astr. Soc.*, 79:153-166.
- NOWACK, R. L., 2003. Calculation of synthetic seismograms with Gaussian beams. *Pure and Applied Geophysics*, 160:487-507.
- POPOV, M. M., 1982. A new method of computation of wave fields using Gaussian beams. *Wave Motion*, 4:85-97.
- POPOV, M. M., 2002. Ray theory and Gaussian beam method for geophysicists. EDUFBA, Salvador, Bahia, Brasil, 172p.
- POPOV, M. M.; NIKOLAY M. S.; PETER M. P. AND VERDEL, A. R., 2010. Depth migration by the Gaussian beam summation method. *Geophysics*, 75:81-83.
- PROTASOV, M. I.; TCHEVERDA, V. A., 2011. True amplitude imaging by inverse generalized Radon transform based on Gaussian beam decomposition of acoustic Green's function. *Geophysical Prospecting*, v.59, p.197-209.
- SANTIAGO, T. M. G., 2004. Migração Kirchhoff 2,5D em tempo no domínio de ângulo comum e em amplitude verdadeira. Campinas, SP, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Instituto de Geociências (Dissertação de mestrado).
- SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P., 1993. 3D true-amplitude finite-offset migration. *Geophysics*, 58: 1112-1126.
- SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P.; TYGEL, M.; JAYA, M. S., 1997. Minimum apertures and Fresnel zones in migration and demigration. *Geophysics*, 67: 183-194.
- TYGEL, M., SCHLEICHER, J. AND HUBRAL, P., 1996. A unified approach to 3-D seismic reflection imaging. Pt. II: Theory. *Geophysics*, 61: 759-775.
- SCHNEIDER, W. A., 1978. Integral formulation for migration in two and three dimensions. *Geophysics*, 43: 49-76.
- ŽÁČEK K., 2006. Optimization of the shape of Gaussian beams. *Studia Geoph. et Geod.*, 50:349-365.